

传染病动力学模型的相关研究与实际应用

杜宇森

大连民族大学 计算机科学与工程学院, 辽宁 大连

摘要: 目的: 建立可用于 2019 冠状病毒病 (COVID-19) 疫情评估的 SEIR 传染病动力学模型, 并对湖北省 COVID-19 疫情进行预测和评估。方法: 考虑 COVID-19 潜伏期患者不易被有效隔离, 且具有较强的传染能力, 建立了联合考虑潜伏期传播能力和追踪隔离干预措施的 COVID-19 SEIR 传染病动力学模型。以 2020 年 1 月 23 日至 2 月 24 日的湖北省疫情数据为依据, 拟合得到了新建立的修正 SEIR 模型的动力学参数。通过欧拉数值方法实现修正 SEIR 传染病动力学模型的求解, 对湖北省疫情进行分析, 评估防控隔离和集中收治等措施对疫情发展的影响。结果: 修正的 SEIR 传染病动力学模型对疫情的理论估计与湖北省疫情的实际情况较为符合。模型理论分析表明, 防控隔离和医学追踪隔离等措施对疫情大面积传播有重要抑制作用; 集中接收、分层治疗等重要措施对感染人数峰值的迅速回落起到了关键作用; 此外, 个人提高防范意识, 采取严格自我防护措施, 遏制了感染人数的新增。结论: 修正的 SEIR 传染病动力学模型可用于 COVID-19 传播态势分析, 以便为制订未来的疫情干预决策提供一定的理论支持。

关键词: 2019 冠状病毒病; 严重急性呼吸综合征冠状病毒 2; 新型冠状病毒肺炎; SEIR 模型; 传播动力学; 预测

文献标志码: A

中图分类号: R183

Related research and practical application of disease dynamics models

DuYusen¹

School of Computer Science and Engineering, Dalian Minzu University, Dalia, China

Abstract: To establish a SEIR epidemic dynamics model that can be used to evaluate the COVID-19 epidemic, and to predict and evaluate the COVID-19 epidemic in Hubei province using the proposed model. Methods: COVID-19 SEIR transmission dynamics model was established, which took transmission ability in latent period and tracking quarantine interventions into consideration. Based on the epidemic data of Hubei province from January 23, 2020 to February 24, 2020, the parameters of the newly established modified SEIR model were fitted. By using Euler integral algorithm to solve the modified SEIR dynamics model, the epidemic situation in Hubei province was analyzed, and the impact of prevention and control measures such as quarantine and centralized treatment on the epidemic development was discussed. Results: The theoretical estimation of the epidemic situation by the modified SEIR epidemic dynamics model is in good agreement with the actual situation in Hubei province. Theoretical analysis showed that prevention and control quarantine and medical follow-up quarantine played an important inhibitory effect on the outbreak of the epidemic. The centralized treatment played a key role in the rapid decline in the number

of infected people. In addition, it is suggested that individuals should improve their prevention awareness and take strict self-protection measures to curb the increase in infected people. Conclusion: The modified SEIR model is reliable in the evaluation of COVID-19 epidemic in Hubei province, which provides a theoretical reference for the decision-making of epidemic interventions.

Key words: Coronavirus disease 2019; Severe acute respiratory syndrome coronavirus 2; Novel coronavirus pneumonia; SEIR model; Transmission dynamics; Forecasting

前言

传染病是一种可以从一个人或其他物种, 经过各种途径传染给另一个人或物种的感染病。如传播速度较快, 传染病可成为一种流行病。目前, 中国法定传染病甲乙丙类共 39 种, 仅 2019 年一年报告感染者 10244507 人, 死亡 25285 人。因此, 研究传染病传播动力学模型对挽救生命与制定相关应急预案有着至关重要的作用。传染病动力学模型是传染病的基本数学模型, 研究传染病的传播速度、空间范围、传播途径、动力学机理等问题, 以指导对传染病的有效地预防和控制。目前, 学界常见的传染病模型按照传染病类型分为 SI、SIR、SIRS、SEIR 模型等。按照传播机理又分为基于常微分方程、偏微分方程、网络动力学的不同类型。在新型冠状病毒引发的肺炎疫情肆虐的今天, 传染病动力学模型可以提供其传播的理论依据, 对控制疫情有着重大意义。

1、传染病动力学模型参数构成 (以 SEIR 为例)

1) S (Susceptible, 易感者) 表示从未感染病毒的健康人群, 因为体内没有相关抗体与免疫细胞, 因此无论是身体强壮与否都有可能受到病毒的感染。

2) E (Exposed, 潜伏者) 表示感染了病毒的易感者在出现症状之前 (即潜伏期) 所处的状态, 这个阶段病毒还未发作, 因此暂未传染能力。每位病毒携带者的潜伏期不同, 通常假设存在一个平均潜伏期, 故每一时刻潜伏者中将会有占 p 的人群转化为感染者, 其中 p 为平均潜伏期的倒数。

3) I (Infected, 感染者) 表示病毒发作, 开始出现疾病症状的病毒携带者, 这类人群具有较强的传播能力, 会将病毒传播到接触的易感者。如果假设一名感染者每一时刻平均接触到的人数为 λ , 则易感者中将会有占 λs 的人群转化为潜伏者, 其中 s 为易感者所占所有人群的比例。

4) R (Removed, 移出者) 表示感染者治疗完毕或死亡后的状态。因为大部分传染病患者在痊愈后具有抗

体, 因此即使与感染者接触也不会被传播, 即已退出传播系统。通常假设移出率 (一般情况下为治愈率和死亡率的和) 为 α , 则感染者将会有占 α 的人群转化为移出者。

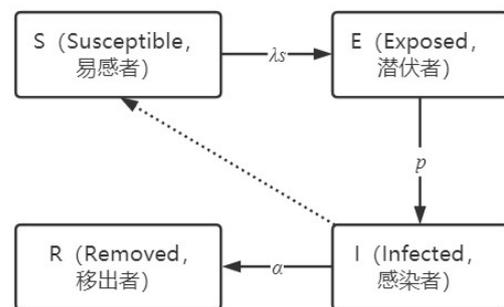


图 1 SEIR 模型传播路径

2、经典传染病模型

2.1 SI 模型

SI 模型用于预测无法恢复严重疾病, 例如 HIV, 因此只有易感者和感染者两类。在不进行人工干预的情况下, 符合生物学逻辑斯谛模型。一般用于建立病毒生物种群曲线, 是相对理想化的模型。通过这个模型, 我们可以简单得出一下两个结论

(1) 当传染率一定时, 一定染病地区内的总人数 K 越多, 传染病爆发的速度越快, 说明了隔离的重要性;

(2) 在 $I=K/2$ 时, 病人数目 I 增加得最快, 是医院的门诊量最大的时候, 医疗卫生部门要重点关注。

简单来看, 在 SI 模型的假设下, 全部人群到最后都会被感染。

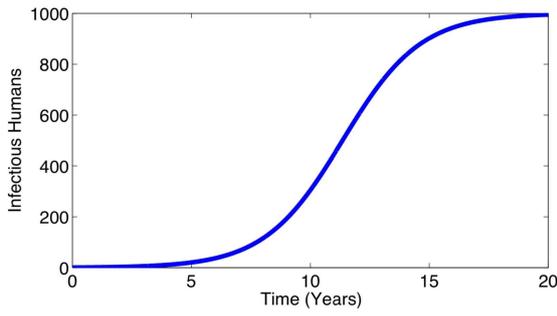


图 2.1.1 SI 模型数值预测模拟图像

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\frac{r\beta I}{N}S \\ \frac{dI}{dt} = \frac{r\beta I}{N}S \end{cases} \quad I(t) = \frac{NI_0}{I_0 + (N - I_0)e^{-r\beta t}}$$

图 2.1.2 SI 模型微分方程

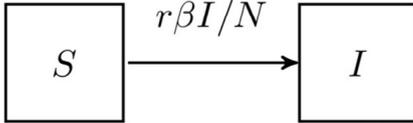


图 2.1.3 SI 模型状态转移图

2.2 传染病动力学模型：SIS 模型

除了 HIV 这种比较严重的病之外，还有很多小病是可以恢复并且反复感染的，例如日常的感冒，发烧等。在这种情况下，感染者就有一定的几率重新转化成易感者，如上图 2.4.2 所示

这个方程同样也是逻辑回归方程，只是它的渐近线与之前的 SI 模型有所不同。

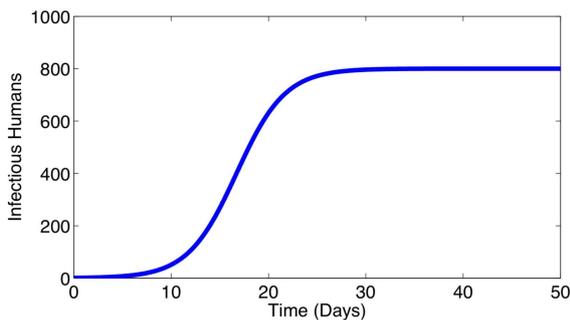


图 2.2.1 SIS 模型数值预测模拟图像

$$I(t) = \frac{N(r\beta - \gamma)}{r\beta} / \left(\left(\frac{N(r\beta - \gamma)}{I_0 r\beta} - 1 \right) e^{-(r\beta - \gamma)t} + 1 \right)$$

图 2.2.2 SIS 模型微分方程

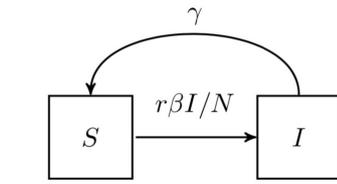


图 2.2.3 SIS 模型状态转移图

2.3 传染病动力学模型：SIR 模型

有的时候，感染者在康复了之后，就有了抗体，于是后续就不再会获得此类病症，这种时候，考虑 SIS 模型就不合适了，需要考虑 SIR 模型。此类病症有麻疹，腮腺炎，风疹等。对于致死性的传染病，死亡的病人也可以归入 R 类。因此 SIR 模型只有两个独立的动力学变量 I 和 S。对于这类方程，就不能够得到其解析解了，只能从它的动力系统开始进行分析，得到解的信息。

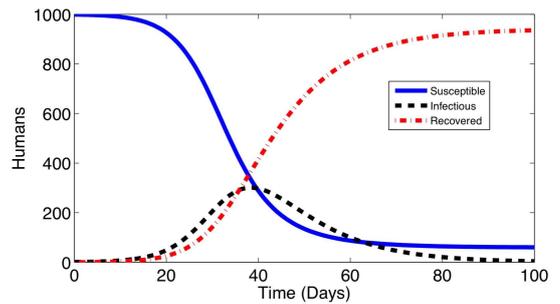


图 2.3.1 SIR 模型数值预测模拟图像 1

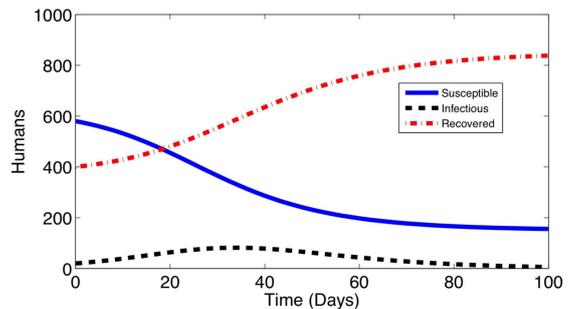


图 2.3.2 SIR 模型数值预测模拟图像 2

$$\frac{dS}{dt} = -\beta IS, \quad \frac{dI}{dt} = \beta IS - \gamma I, \quad \frac{dR}{dt} = \gamma I.$$

图 2.3.3 SIR 模型微分方程

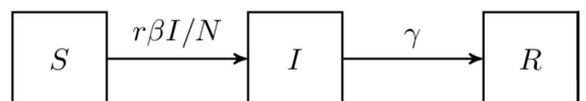


图 2.3.4 SIR 模型的状态转移

2.4 传染病动力学模型：SEIR 模型

如果所研究的传染病有一定的潜伏期，与病人接触过的健康人并不马上患病，而是成为病原体的携带者，归入 E 类。此时有以上微分方程。

SIR 模型相比，SEIR 模型进一步考虑了与患者接触过的人中仅一部分具有传染性的因素，使疾病的传播周期更长。疾病最终的未影响人数和影响人数可通过数值模拟得到。

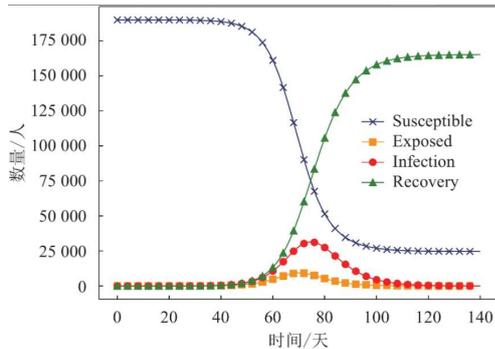


图 2.4.1 SEIR 模型在潜伏期为七天的情况下对新冠肺炎疫情初期中国感染情况的预测

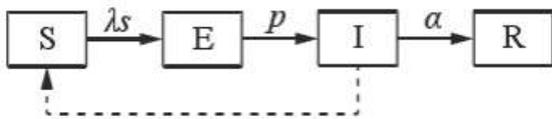


图 2.4.2 SEIR 模型状态转移图

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \mu N - \nu S - \frac{\beta SI}{N} \\ \frac{dE}{dt} &= \frac{\beta SI}{N} - \nu E - \sigma E \\ \frac{dI}{dt} &= \sigma E - \gamma I - \nu I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \nu R \end{aligned}$$

图 2.4.3 SEIR 模型微分方程

3、传染病动力学 SEIR 模型的修正

然而，标准的传染病动力学模型虽然在一定程度上可以对传染病发展趋势进行预测，但是细化到某种具体的疾病时情况就会发生些许变化。

以本次新冠病毒造成的肺炎疫情来看，虽然疾病传播基本可以按照 SEIR 模型来进行解释，但是我们忽略了一些具体的参数。

相比于理想化模型，新冠病毒造成的肺炎疫情拥有以下几种特点：

- 1、存在无症状感染者且具有传染性
- 2、潜伏期人群亦具有一定的传染性
- 3、更加严厉的监管和隔离措施 综合考虑当前疫情管控措施（如医学观察隔离、密切接触者隔离、感染者隔离）和感染者分型（轻型、普通型、重型或危重型）

因此，可以在 SEIR 模型的基础上进一步扩展，增加隔离的易感人群（ S_q ）、隔离的潜伏期人群（ E_q ）、隔离的感染人群（ I_q ），并考虑感染人群类型（ I_1 轻型， I_2 普通型， I_3 重型和危重型）

将以上各种因素考虑进 SEIR 模型后，我们就可以得到针对新冠肺炎病毒进行修正的 SEIR 模型。

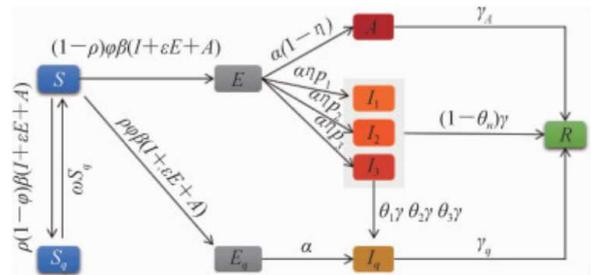


图 3.1 修正 SEIR 模型状态转移图

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -(1-\rho)\beta\varphi(\varepsilon E + I + A)S - \rho\beta(1-\varphi)(\varepsilon E + I + A)S - \rho\beta\varphi(\varepsilon E + I + A)S + \omega S_q, \\ \frac{dE}{dt} = (1-\rho)\beta\varphi(\varepsilon E + I + \varepsilon A)S - \alpha E, \\ \frac{dA}{dt} = \alpha(1-\eta)E - \gamma_A A, \\ \frac{dI_1}{dt} = \alpha\eta\rho_1 E - \gamma_1 I_1, \\ \frac{dI_2}{dt} = \alpha\eta\rho_2 E - \gamma_2 I_2, \\ \frac{dI_3}{dt} = \alpha\eta\rho_3 E - \gamma_3 I_3, \\ \frac{dR}{dt} = \gamma_A A + (1-\theta_1)\gamma I_1 + (1-\theta_2)\gamma I_2 + (1-\theta_3)\gamma I_3, \\ \frac{dS_q}{dt} = \rho\beta\varphi(\varepsilon E + I + A)S - \omega S_q, \\ \frac{dE_q}{dt} = \rho\beta(1-\varphi)(\varepsilon E + I + A)S - \alpha E_q, \\ \frac{dI_q}{dt} = \alpha E_q + \theta_1\gamma I_1 + \theta_2\gamma I_2 + \theta_3\gamma I_3 - \gamma_q I_q, \\ \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 = 1, I = I_1 + I_2 + I_3 \end{cases}$$

图 3.2 修正 SEIR 模型微分方程

4、人工智能在传染病动力学模型中的应用

LSTM 模型（长短期记忆模型）是一种递归神经网络（RNN），可以很好地刻画具有时空关联的序列数据，因此在传染病动力学中可以起到一定的作用。

例如钟南山团队的研究，基于 2003 年 SARS 流行病学数据，纳入新冠病毒流行病学参数，例如传染概率、传染系数（率）、潜伏期和退出率等进行模型训练。根据 LSTM 模型预测，新增病例在 2020 年 2 月 4 日达到高峰，到 4 月底预估有 9.5 万例确诊病例（图 4.1A）。

对来自 SEIR、LSTM 以及中国每日新增病例数报告的数据绘制曲线。在 1 月 22 日至 2 月 10 日之间，新确诊病例实际数量与 LSTM 预测数据的曲线之间显著拟合（图 4.1B）。

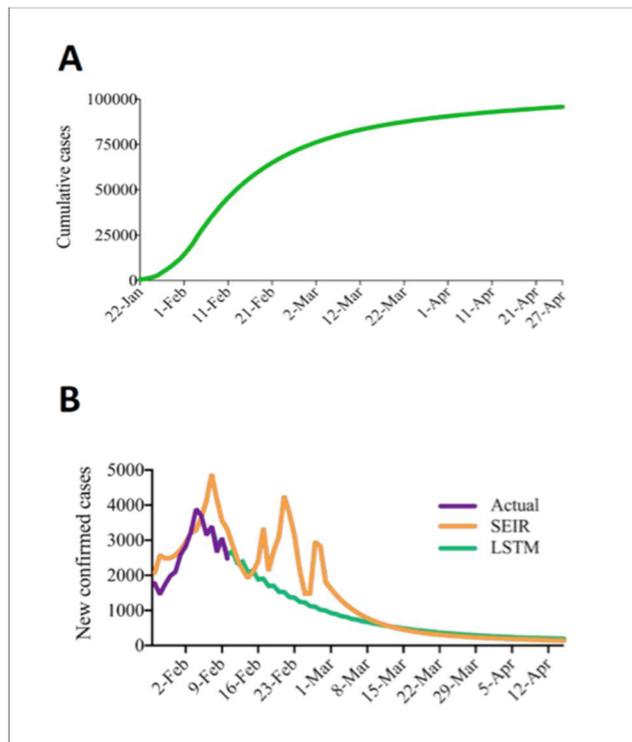


图 4.1 (A) LSTM 预测的全国 COVID-19 病例累计数量, (B) 根据实际数据 (紫色)、SEIR 模型 (橙色) 和 LSTM 模型 (绿色) 计算的 COVID-19 新增病例数

5、传染病动力学模型与新冠病毒疫情

在本次新冠病毒引发的肺炎疫情爆发初期，我国因有对 2003 年 SARS 疫情的应对经验，迅速组织了数个科研团队对本次疫情进行分析，如上文提到的钟南山团队。

由于本次疫情存在潜伏期及无症状感染者，

大多数科研团队选择了 SEIR 与 SIR 相关模型开展深入研究（图 6.1）

他们的相关研究对国家在疫情过程中制定政策、开展防疫工作起到了至关重要的作用。

| 研究者 | 数据范围 | 模型 | 关注因素 | 特殊人群设置与参数方法 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|--------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| 范如国等 ^[24] | 武汉 | SEIR | 潜伏期时间 | 启发式算法 |
| 耿辉等 ^[25] 、魏永超等 ^[26] 、曹盛力等 ^[27] 、Tang 等 ^[28] | 全国 ^[28-30] 、湖北 ^[27-29] 、武汉 ^[25] | 修正的 SEIR | 潜伏期传染性 ^[25-27] ；无症状感染者 ^[26-28] ；隔离措施；集中隔离 ^[27-29] | 隔离的易感人群 S_1 ；隔离的潜伏期人群 E_1 ；隔离的感染人群 I_1 ；确诊收治入院人群 H ；无症状感染者 A ^[25-28] |
| 钟南山团队 ^[28] | 全国 | 修正的 SEIR 结合训练的人工智能(AI)方法 | 潜伏期时间；武汉严格管控措施；人口迁移 | 迁移的易感人群 S_2/S_{in} ，迁移的潜伏期人群 E_2/E_{in} ，可能迁出的潜伏期人群 P_{out} ；基于数据(2003 年非典)训练 AI 及辅助预测 |
| 喻孜等 ^[29] | 全国 | 修正的 SIR | 疾病潜伏期；早期防控措施；模型参数时变特征 | 疫情早期不考虑移出人群 R |
| 王志心等 ^[31] | 全国 | SIR 模型结合机器学习方法 | 综合防控措施 | 最小二乘准则；梯度下降法 |
| 张琳 ^[32] | 全国 | GGM | 疫情关键防控节点 | 分阶段拟合建模 |

图 5.1 应用于新冠肺炎疫情影响预测的代表性传染病动力学模型及特点

参考文献:

- [1]吴佩泽, 杜宇森, 温佳伊. 基于改进型 SEIR 模型的研究与应用[R]. 大连: 大连民族大学, 2020
- [2]范如国, 王奕博, 罗明, 张应青, 朱超平. 基于 SEIR 的新冠肺炎传播模型及拐点预测分析[J]. 电子科技大学学报, 2020, 49(3): 369-374. doi: 10.12178/1001-0548.2020029
- [3]原存德, 胡宝安. 具有阶段结构的 SI 传染病模型[J]. 应用数学学报, 2002, 025(002):193-203.
- [4]Introduction to SEIR Models, Nakul Chitnis, Workshop on Mathematical Models of Climate Variability, Environmental Change and Infectious Diseases, Trieste, Italy, 2017
- [5]Korobeinikov A. Lyapunov functions and global properties for SEIR and SEIS epidemic models[J]. Mathematical medicine and biology: a journal of the IMA, 2004, 21(2): 75-83.
- [6]耿辉, 徐安定, 王晓艳, 张勇, 尹小妹, 马茂, 吕军. 基于 SEIR 模型分析相关干预措施在新型冠状病毒肺炎疫情中的作用[J/OL]. 暨南大学学报(自然科学与医学版):1-7[2021-05-28].
- [7]曹盛力, 冯沛华, 时朋朋. 修正 SEIR 传染病动力学模型应用于湖北省 2019 冠状病毒病(COVID-19)疫情预测和评估[J]. 浙江大学学报(医学版), 2020, 49(2): 178-184.
- [8]喻孜, 张贵清, 刘庆珍, 吕忠全. 基于时变参数-SIR 模型的 COVID-19 疫情评估和预测[J]. 电子科技大学学报, 2020, 49(03):357-361.
- [9]Jianxing He, Nanshan Zhong, etc. Modified SEIR and AI prediction of the epidemics trend of COVID-19 in China under public health interventions[J]. Journal of Thoracic Disease:doi: 10.21037/jtd.2020.02.64
- [10]李昊, 段德光, 陶学强, 等. 传染病动力学模型及其在新型冠状病毒肺炎疫情仿真预测中的应用综述[J]. 医疗卫生装备, 2020, 41(3):7-12